

# Inferencia de multimodelos para la selección del mejor descriptor de la edad y el crecimiento de *Occidentarius platypogon* (Ictaluriformes: Ariidae) en Oaxaca, México

Vicente Anislado-Tolentino<sup>\*Δ</sup>, Gabriela González-Medina<sup>\*</sup>, Samuel Ramos-Carrillo<sup>\*\*</sup>, Genoveva Cerdaneres-Ladrón de Guevara<sup>\*\*</sup>, Tania Ortiz-Pérez<sup>\*</sup> y Emmanuel Ramírez-Antonio<sup>\*\*</sup>

Una de las especies de alto consumo local-regional en la zona del Golfo de Tehuantepec es el cuatete *Occidentarius platypogon*, que se comercializa fresco y seco-salado, por lo que aporta proteínas de alta calidad y de bajo costo en la región. Aun cuando se ha detectado esta importancia en la costa de Oaxaca, son pocos los estudios sobre su biología básica. El objetivo de este trabajo fue proporcionar los parámetros de una ecuación de crecimiento robusta y confiable con base en la inferencia a través de multimodelos, que permitan en el futuro evaluar la pesquería de esta especie. Se recolectaron 4 578 datos biométricos de la pesca comercial de Bahía de Chipehua durante diciembre de 2010 a septiembre de 2011. Se obtuvieron cinco grupos de talla (27 a 49 cm LT) mediante el análisis de frecuencias multinomial. Se propone un método para encontrar las tallas intermedias posteriores a la edad cero, con el que se obtuvo un total de siete grupos de talla-edad. Se eligió la mejor función de crecimiento de entre seis modelos, a partir de la inferencia de multimodelos, con la discrepancia del índice de información de Akaike y la ponderación de Akaike ( $w_i$ ) como herramientas de decisión. La información analizada tuvo un mejor ajuste a modelos de tipo  $S$ , la mejor función descriptora fue la de Gompertz con  $L_\infty = 59.9$ ,  $K = 0.386$  y  $t_0 = -1.95$ . La  $\bar{L}_\infty$  promediada de los modelos fue de  $58 \pm 10.9$  centímetros.

**Palabras clave:** *Occidentarius platypogon*, crecimiento, inferencia por multimodelos (IMM).

## Multi-model inference to select best model of age and growth of *Occidentarius platypogon* (Ictaluriformes: Ariidae), Oaxaca, Mexico

One of the high local-regional consumption species in the zone of Tehuantepec's Gulf is the cuatete or marine catfish *Occidentarius platypogon*, this fish is sold in the market fresh, as well as dry-salted. The cuatete meat contributes with high-quality protein and cheap food to coastal town communities. Although its importance for the coast state of Oaxaca has been detected, there are few studies on its basic biology. The goal of this work was to provide the parameters of a robust and reliable growth equation, based on multi-models inference (MMI) which will allow assess the fishery of this species in the future. During December 2010 to September 2011, 4 578 data specimens were collected from commercial fishing in Chipehua Bay. Five length-groups (27-49 cm LT) were obtained through multinomial frequency analysis. A method for finding the zero age intermediate length was proposed, which was obtained from a total of seven length-age groups. The choice of the best growth function from a set of six models was through Multimodels inference with Akaike Information Criterion and Akaike weight ( $w_i$ ), thus excluding von Bertalanffy models and leaving as more robust  $S$ -shaped models, the best descriptor function was the Gompertz with  $L_\infty = 59.9$ ,  $K = 0.386$  and  $t_0 = -1.95$ . The  $\bar{L}_\infty$  models average was  $58 \pm 10.9$  centimeters.

**Key words:** *Occidentarius platypogon*, growth, multi-model inference (MMI).

## Introducción

Una de las metas de la biología es aportar modelos que puedan describir el crecimiento de los

seres vivos, en muchos casos con miras a hacer uso de éstos como recursos naturales renovables, como se observa comúnmente en la pesca (Gulland y Rosenberg 1992). Uno de los modelos ampliamente usado por la parsimonia de su función es la denominada ecuación de crecimiento de von Bertalanffy (ECVB) (Pauly 1984). Sin embargo, no siempre se puede ajustar este modelo a los datos, tanto por el comportamiento propio de la obtención de los datos como por parte de cambios sustanciales en las historias de vida de

\* Laboratorio de Ictiología y Biología Pesquera. Universidad del Mar, Campus Puerto Ángel. Cd Universitaria s/n Puerto Ángel, Municipio de San Pedro Pochutla, Oaxaca. CP 70902. México. [anislado@angel.umar.mx](mailto:anislado@angel.umar.mx)

\*\* Laboratorio de Dinámica de Poblaciones, Universidad del Mar, Campus Puerto Ángel. Cd Universitaria s/n Puerto Ángel, Municipio de San Pedro Pochutla, Oaxaca. CP 70902. México.

los organismos (Moreau 1987); por ello, se ha propuesto usar métodos derivados de la teoría de la información con la finalidad de encontrar entre los modelos descriptores de la edad y el crecimiento a la función más robusta y confiable. Entre las herramientas que la teoría de la información posee está la inferencia por medio de los multimodelos, con los que es posible reducir los sesgos que las muestras pequeñas producen (Burnham y Anderson 2002); por esta razón, en el caso de especies con poca información biológica pero con una explotación creciente, es fundamental contar con los mejores modelos de entrada en las evaluaciones destinadas a generar propuestas de regulación pesquera. Una de esas especies es el cuatete o chihuil comitate *Occidentarius platypogon* (Günther 1864), que aun con los altos volúmenes de captura y la importancia económica y alimenticia que representan las capturas de este pez, no es considerado en las estadísticas pesqueras, ni en las políticas de regulación pesquera del país, debido principalmente a que su consumo es local-regional. Su captura se realiza por lo menos durante ocho meses del año, con redes agalleras, palangres y redes de arrastre; se comercializa principalmen-

te fresco y una pequeña parte seca-salada. Dada la propensión a la sobrepesca que padecen las especies pesqueras que comparten características similares a las observadas en los áridos, tales como tiburones, rayas, serránidos, tales como madurez sexual tardía, baja fecundidad, alta densidad-dependencia (Musick 1999, King y McFarlane 2003), y en el caso particular de *O. platypogon*, la incubación bucal que suele aumentar la mortalidad de la población explotada (Amezcuza y Muro-Torres 2012), es fundamental que los modelos que describan la historia de vida de esta especie sean lo más robustos y confiables.

El presente estudio tiene como objetivo obtener la mejor ecuación del crecimiento por medio de la inferencia multimodelo.

### Materiales y métodos

Durante los meses de diciembre de 2010 a septiembre de 2011 se recolectaron biometrías del cuatete *O. platypogon* provenientes de la pesca ribereña que desembarca en la Bahía de Chipehua y que opera en el polígono de los 15.9°, -95.5°; 15.9°, -95.4°; hasta 16.1°, -95.1°; 16.1°, -95.1° (Fig. 1).

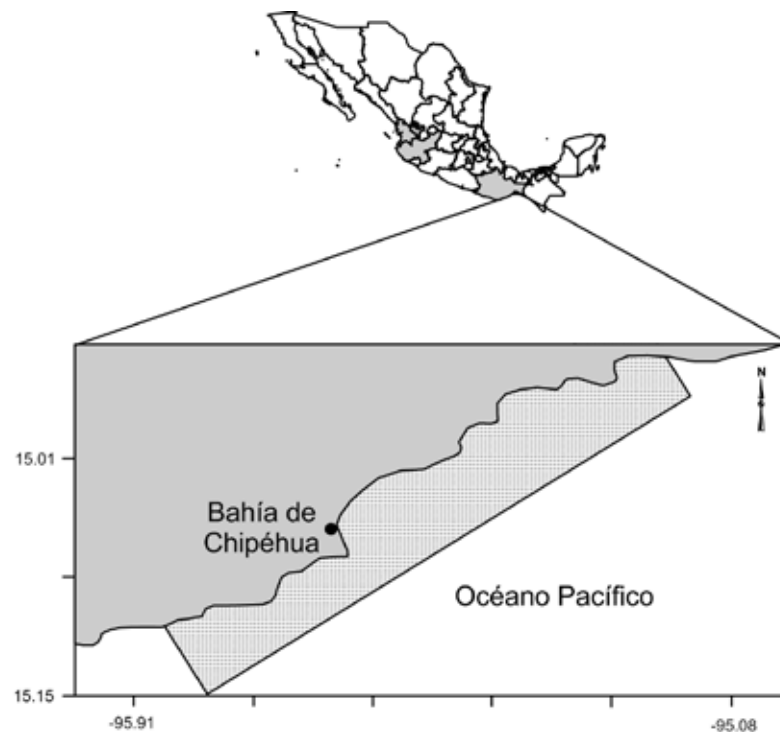


Fig. 1. Área de estudio, zona de influencia del campamento pesquero de Bahía de Chipehua (sombreado).

De cada organismo se tomó la medida de longitud total (LT) con un ictiómetro de 50 cm  $\pm$  0.1 cm y el peso total (PT) con una balanza digital de gancho con capacidad de 8 000 g  $\pm$  5 g. Se obtuvo la relación entre la LT y PT de acuerdo con la función potencial, ajustándola por medio de los mínimos cuadrados (Pauly 1984):

$$Pt = aL^b \quad \text{Ec. 1}$$

Donde  $a$  es la ordenada al origen y  $b$  es la pendiente, respectivamente; la prueba de alometría se realizó con la  $t$  de Student ( $\hat{t}$ ) propuesta de Pauly (1981):

$$\hat{t} = \left( \frac{s_{\log(Lt)}}{s_{\log(PT)}} \right) \left( \frac{|b-3|}{\sqrt{1-r^2}} \right) \sqrt{n-2} \quad \text{Ec. 2}$$

Donde  $s_{\log(Lt)}$  y  $s_{\log(PT)}$  es la desviación estándar de los logaritmos de LT y PT, respectivamente,  $r^2$  es el coeficiente de determinación del ajuste de la ecuación 1 y  $n$  es el número de pares de datos usados en el ajuste de la ecuación 1. Esta prueba fue aplicada con una significancia de 0.05 y  $n-2$  grados de libertad.

Los grupos de talla-edad fueron determinados de manera mensual con el análisis multinomial con el ajuste por optimización del logaritmo natural de la verosimilitud (Haddon 2001); el valor promedio de los grupos de edad encontrados de manera mensual fue usado como valor semilla para refinar la estimación de los grupos de talla-edad relativa en el análisis de los datos acumulados.

Como *O. platypogon* presenta incubación bucal, se propuso el uso de la información de la talla máxima de incubación como talla a la edad 0+. Ante la posibilidad de la existencia de una amplia diferencia, es decir, de más de dos veces la longitud de la edad relativa cero en relación con la longitud de la edad relativa 1 derivada del análisis multinomial, se procedió a realizar el análisis de cálculo de posibles tallas-edad intermedias con base en el comportamiento propuesto por Gulland y Holt (1959), donde la función ajustada por mínimos cuadrados fue:

$$t = ae^{b\left(1-\frac{Lt}{L_\infty}\right)} \quad \text{Ec. 3}$$

Donde  $t$  es la edad relativa (para este caso  $t = 0+$  fue la talla-edad más pequeña estimada por

el análisis multinomial),  $a$  ordenada al origen,  $e$  el número neperiano,  $b$  la pendiente,  $Lt$  la longitud total,  $L_\infty$  es la longitud máxima esperada que se estimó con la propuesta empírica de Taylor (1958):

$$L_\infty = \frac{Lt_{\max, \text{obs.}}}{0.95} \quad \text{Ec. 4}$$

Con esta función se estimaron valores de la variable dependiente con edades relativas previas a la talla-edad más pequeña estimada por el análisis multinomial, para después ingresarlos a la siguiente función ajustada por mínimos cuadrados, con lo que se logra llegar a la talla mínima observada, y que en este caso es la talla de incubación más grande encontrada.

$$Lt = ae^{b \ln\left(1-\frac{Lt}{L_\infty}\right)} \quad \text{Ec. 5}$$

Una vez que se reasignaron las edades relativas, el crecimiento fue descrito con seis modelos (von Bertalanffy, von Bertalanffy II, Gompertz, Logístico, Richards y Schnute) (Tabla 1) ajustados por la optimización de la función del logaritmo natural de la verosimilitud ( $\ln MV_i$ ).

$$\ln MV_i = \sum \ln \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i}} e^{-\left(\frac{(Lt-\hat{L}_i)^2}{2\sigma_i^2}\right)} \right) \quad \text{Ec. 6}$$

Donde  $\sigma_2$  es la desviación estándar del modelo ajustado,  $Lt$  es la longitud observada,  $\hat{L}$  es la longitud ajustada,  $i$  es el  $i$ -ésimo valor de  $Lt$ ,  $j$  es el valor del modelo de crecimiento  $j$ .

Para cada uno de los modelos analizados se calculó: la  $\hat{L}_\infty$  ponderada, la desviación estándar  $S_{\hat{L}_\infty}$  por re-muestreo *bootstrap* paramétrico a 10 000 iteraciones (Efron y Tibshirani 1993). El intervalo de confianza (IC) se estimó con la propuesta de Katsanevakis (2006).

$$\hat{L}_\infty \pm t_{n-1, 0.95} S_{\hat{L}_\infty} \quad \text{Ec. 7}$$

La selección del modelo descriptor del crecimiento más robusto y confiable fue hecha mediante la inferencia de multimodelos, de tal manera que se realizó la corrección de sesgo para muestras pequeñas (los intervalos de clase de talla) para el criterio de la información de Akaike ( $CIA_{C,i}$ ), y como primer criterio de exclusión de

**Tabla 1**

Resumen de los modelos usados como descriptores del crecimiento individual para *Occidentarius platypogon*, desembarcados en la Bahía de Chipehua, Oaxaca

Modelo	Función	Parámetros por estimar	Referencia
von Bertalanffy	$L(t) = L_{\infty}(1 - e^{-k(t-t_0)})$	$L_{\infty}; k; t_0$	von Bertalanffy (1938)
von Bertalanffy (II)	$L(t) = L_{\infty} - (L_{\infty} - L_0)(e^{-kt})$	$L_{\infty}; L_0; k$	Cailliet <i>et al.</i> (2006)
Gompertz	$L(t) = L_{\infty}e^{-e^{-k(t-t^*)}}$	$L_{\infty}; k; t^*$	Gompertz (1825)
Logística	$L(t) = L_{\infty}(1 + e^{-k(t-t_1)})^{-1}$	$L_{\infty}; k; t_1$	Ricker (1975)
Richards	$L(t) = L_{\infty} \left(1 + \left(\frac{1}{P}\right) e^{-k(t-t_0)}\right)^{-1}$	$L_{\infty}; k; t_0, P$	Richards (1959)
Schnute	$L(t) = \left[ y_1^b + (y_2^b - y_1^b) \left( \frac{1 - e^{-k(t-\tau_1)}}{1 - e^{-k(\tau_2-\tau_1)}} \right) \right]^{1/b}$	$y_1; y_2; k, b$	Schnute (1981)

$L_0$  es longitud al tiempo  $t$ ;  $L_{\infty}$  es la longitud máxima teórica;  $k$  es la constante de crecimiento;  $t_0$  es la edad hipotética cuando  $L$  es 0;  $L_0$  es la longitud de vida libre;  $t^*$  edad de inflexión;  $y_1$  y  $y_2$  son las tallas al tiempo  $t_1$  y  $t_2$ ; correspondiendo en este caso a los organismos más jóvenes y más viejos, respectivamente; y  $b$  la tasa de crecimiento relativo.

las funciones de crecimiento se usó la discrepancia mínima del  $CIA_{C,i}$  ( $\Delta CIA_c$ ), cuando los valores de  $\Delta CIA_c > 2$ , siguiendo las funciones siguientes:

$$CIA_j = 2(-\ln MV_j + P_{ji}) \quad \text{Ec. 8}$$

Donde:  $CIA_j$  es el criterio de información de Akaike para la función  $j$ ;  $P_j$  es el número de parámetros que tiene la función de crecimiento  $j$ :

$$CIA_{c,j} = CIA_j + \frac{2P_j(P_j+1)}{n_j - P_j - 1} \quad \text{Ec. 9}$$

Donde  $n$  es el número de pares de datos usados en la estimación de la función  $i$ :

$$\Delta CIA_c = CIA_{c,j} - CIA_{c,\text{mínimo}} \quad \text{Ec. 10}$$

La viabilidad de un modelo en particular se eligió por medio de la ponderación de Akaike ( $w_i$ ) (Burnham y Anderson 2002, Katsanevakis 2006, Katsanevakis y Maravelias 2008), de acuerdo con las funciones siguientes:

$$w_j = \frac{e^{\left(\frac{-(CIA_{c,j} - CIA_{c,\text{mínimo}})}{2}\right)}}{\sum_{j=1}^K e^{\left(\frac{-(CIA_{c,j} - CIA_{c,\text{mínimo}})}{2}\right)}} \quad \text{Ec. 11}$$

Donde:  $CIA_{c,\text{mínimo}}$  es el valor mínimo del criterio de información de Akaike obtenido dentro de

los  $K$  modelos de crecimiento usados para la selección del modelo más confiable.

El promedio de la longitud infinita  $\bar{L}_{\infty}$  se estimó con el promedio ponderado de los modelos analizados (Burnham y Anderson 2002, Katsanevakis 2006):

$$\bar{L}_{\infty} = \sum_{i=1}^K w_i \hat{L}_{\infty,j} \quad \text{Ec. 12}$$

La desviación estándar de  $\bar{L}_{\infty}$  fue estimada con la propuesta de Katsanevakis (2006):

$$S(\bar{L}_{\infty}) = \sum_{j=1}^K w_j \left( \text{var}(\hat{L}_{\infty,j} | g_{ji}) + (\hat{L}_{\infty,j} - \bar{L}_{\infty})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{Ec. 13}$$

Donde  $\text{var}(\hat{L}_{\infty,j} | g_{ji})$  es la varianza de la longitud máxima teórica estimada de acuerdo con el modelo condicionado por cada uno de los  $j_{\text{avos}}$  modelos.

La longevidad del pez fue estimada siguiendo el criterio de Taylor (1958), sobre que esta edad se alcanza a una longitud de 95% de la longitud total, así que del modelo de crecimiento seleccionado se realizó el despeje del tiempo para dicho fin.

## Resultados

Se muestreó un total de 4 578 peces cuatete (Tabla 2). Es necesario resaltar que debido a la

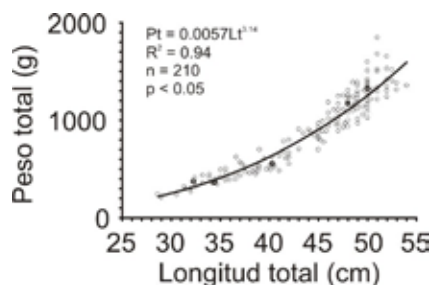
velocidad del proceso de desembarque, compra y venta del cuatete, el sexado se realizó a muy pocos ejemplares de la muestra (aproximadamente 5%), por ello, en este trabajo se usaron las estimaciones de los parámetros con los sexos combinados. Adicionalmente a los datos de la pesca, en el mes de junio se obtuvieron datos de 30 organismos ( $\bar{L}_t = 8.5$  cm,  $s = 2.5$ ) que fueron encontrados en las embarcaciones y que se consideraron como ejemplares liberados de la boca de los machos incubadores.

**Tabla 2**

Estadística básica de las longitudes totales registradas de manera mensual en las capturas de *Occidentarius platypogon*, desembarcados en la Bahía de Chipehua, Oaxaca. S.C. sin captura

Mes-año	$L_t$ (mínima-máxima)	n	n
Diciembre 2010	42 - 52	48	3
Enero 2011	38 - 54	47	4
Febrero 2011	31 - 52	47	5
Marzo 2011	26 - 51	47	5
Abril 2011	40 - 49	44	1
Mayo 2011	34.5 - 52	44	5
Junio 2011	35.5 - 53	44	6
Julio 2011	-	-	S.C.
Agosto 2011	31 - 49	40	4
Septiembre 2011	32 - 54	44	7

Debido a los procesos de captura, compra y venta del producto, los tiempos en campo para medición y pesaje fueron muy cortos; por ello, para la estimación de la relación  $L_t$ - $P_t$  se utilizaron 210 datos. La relación de estas biometrías fue alométrica positiva ( $\hat{t} = 27.7$ ,  $p < 0.01$ ) y presentó la función  $P_t = 0.0057L_t^{3.14}$  ( $n = 210$ ;  $r^2 = 0.94$ ;  $p < 0.05$ ; Fig. 2).



**Fig. 2.** Relación peso-longitud de *Occidentarius platypogon* desembarcado en Bahía de Chipehua, Oaxaca.

A partir del análisis de distribución multinomial de las frecuencias de tallas, se obtuvieron cuatro grupos (Fig. 3, Tabla 3). Dada la gran diferencia de los 8.5 cm de  $L_t$  (edad 0) con la talla del primer grupo obtenido con el análisis de frecuencias de talla ( $L_t = 31.4$ ), se obtuvo de manera preliminar una  $L_\infty = 56.4$  cm con la que se obtuvieron las siguientes funciones:

$$\left(1 - \frac{L_t}{56.4}\right) = 0.464e^{-0.387t} \quad (n = 4; r^2 = 0.99; p < 0.05)$$

$$\hat{L}_t = 59.89e^{-1.44\left(1 - \frac{L_t}{56.4}\right)} \quad (n = 4; r^2 = 0.996; p < 0.05).$$

Esto permitió encontrar dos grupos de talla-edad anteriores a los obtenidos por el análisis multinomial, que en conjunto con la edad 0+ observada como de post-incubación, dieron un total de siete grupos de edad (Tabla 4).

De los modelos de crecimiento analizados, los de von Bertalanffy, von Bertalanffy II y de Richards fueron excluidos al presentar una  $\Delta CIA_c > 2$  (Tabla 5). De los modelos aceptados, sólo la función logística presentó una  $L_\infty = 52.5$  cm, menor que la máxima observada, mientras que las funciones de Gompertz y Schnute mostraron  $L_\infty = 59.9$  cm. Es necesario destacar que la función de Schnute obtenida para este trabajo es la que de acuerdo con Schnute (1989) corresponde, por sus valores de  $b = 0$  y  $k > 0$ , a una curva de tipo Gompertz, de tal manera que la ponderación de Akaike ( $w_i$ ) es igual para ambos casos con 42% de importancia (Tabla 5). En este caso particular, la selección del modelo descriptor de la relación edad y crecimiento más adecuado parte de las mismas bases matemáticas, el criterio de parsimonia, que corresponde a la función de Gompertz (Fig. 4). A partir de los tres modelos con mayor resolución de ajuste se estimó la  $\bar{L}_\infty = 58.8 \pm 10.9$  cm, que presenta un IC más amplio que cualquiera de las tres funciones permisibles según la inferencia de multimodelos. Por otro lado, la longevidad estimada para este pez fue de 9.6 años.

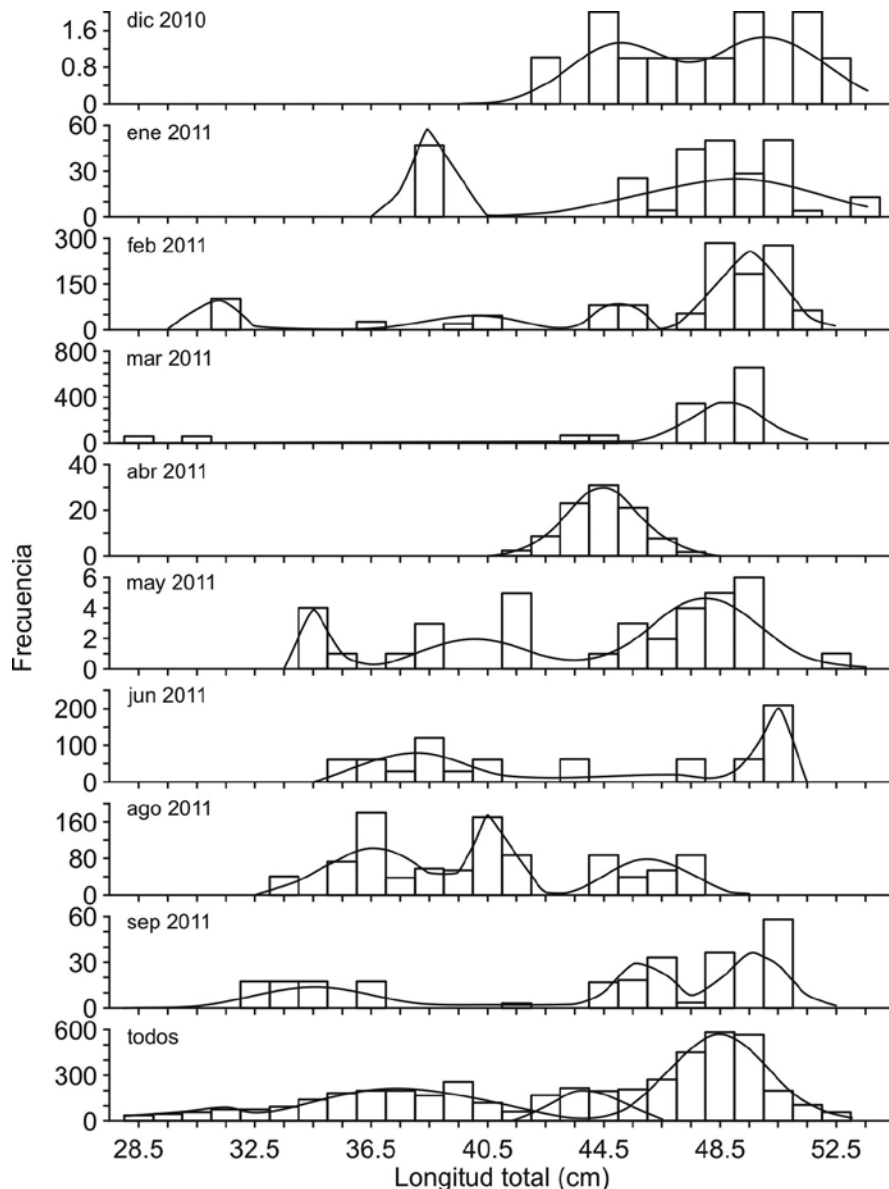


Fig. 3. Grupos de talla- edad estimados por el método multinomial aplicado a los datos de *Occidentarius platypogon* desembarcados en Bahía de Chipehua, Oaxaca.

## Discusión

En el caso de la relación peso-longitud, el coeficiente de alometría ( $b = 3.14$ ) estimado en este trabajo está de acuerdo con las tendencias de una alometría positiva en la mayoría de peces (Froese 2006, Karachle y Sterguous 2012). Para esta misma especie, Muro-Torres (2011) encuentra un valor de  $b = 3.24$ , esto es, que la especie gana peso con mayor rapidez que longitud. En muchos casos esto se debe a que para reproducirse les crece la gónada y las reservas energéticas que para ello se requieren (grasa corporal) (Andrade y Cam-

pos 2002). De hecho, la isometría refiere a un crecimiento geométrico, en el caso de la relación peso-longitud, en el que se postula que la forma del pez no cambia; sin embargo, la estrategia para mantener un diseño funcionalmente equilibrado, la forma o el volumen tendrán que cambiar en sus proporciones conforme el organismo vaya madurando, siendo así que la alometría es ontogénica (Pérez-Zaballos *et al.* 2009), y en el caso del peso-longitud, el cambio ontogénico principal es la adecuación a la madurez sexual.

Como en muchos casos, con los datos derivados de la recolección en los campamentos

**Tabla 3**

Grupos de talla-edad obtenidos con el análisis multinomial de frecuencias de talla mensual y su promedio así como el análisis de los datos acumulado *Occidentarius platypogon*, desembarcados en la Bahía de Chipehua, Oaxaca. LT longitud total; s desviación estandar; n tamaño de muestra estimado;  $-\ln MV$  negativo del logaritmo natural de la máxima verosimilitud; N tamaño de muestra total

Meses	Estadísticos	Grupos de talla-edad				-ln MV	N
		I	II	III	IV		
Diciembre 2010	LT			45.00	50.00	29.50	12
	s			1.5	1.9		
	n			5	7		
Enero 2011	LT		38.60		48.90	6 499	261
	s		0.61		2.8		
	n		100		169.9		
Febrero 2011	LT	31.10	40.02	44.99	49.51	3 000	1 119
	s	0.54	1.5	0.398	1.03		
	n	180	150	152	702		
Marzo 2011	LT				48.80	2 200	1 105
	s				1.11		
	n				10 297		
Abril 2011	LT			44.40		154	95
	s			1.92			
	n			95			
Mayo 2011	LT	34.90	40.10		48.00	96.87	36
	s	0.16	1.78		1.8		
	n	4.9	9.2		21.9		
Junio 2011	LT		37.90	45.70	51.10	1 872	759
	s		1.64	2.8	0.156		
	n		352	147	260		
Agosto 2011	LT	36.50	40.68	46.00		2 424	952
	s	1.53	0.55	1.23			
	n	409	283	259			
Septiembre 2011	LT	34.60		45.80	49.70	636.6	239
	s	2		0.83	0.96		
	n	73		70	96		
Promedio	LT	34.28	39.46	45.38	49.44		
	s	1.0575	1.216	1.4356	1.3492		
Muestra total	LT	31.40	37.60	43.90	48.50	4 590	4 578
	s	2.2	267	1.1	1.6		
	n	248	1 443	582	2 317		

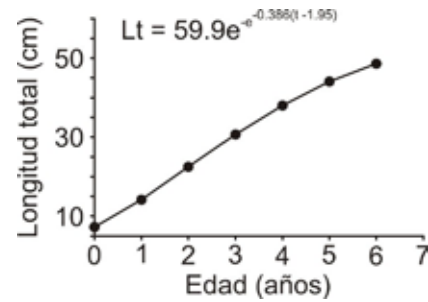
pesqueros, el presente trabajo presentó un sesgo en las tallas muestreadas, cuyo intervalo fue de los 31 a los 54 cm de LT, por lo que un análisis de frecuencias de tallas se ve limitado a establecer edades relativas. En este caso particular, la obtención de datos de los ejemplares juveniles que aún estaban incubando en la boca de los machos permitió tener una talla 0+ que, con la presente propuesta, permitió la obtención de las tallas intermedias que dada la selectividad de los artes

de pesca no se capturan. Al comparar las tallas encontradas por este método, con lo que Muro-Torres (2011) encontró para la misma especie en las marcas anuales de crecimiento en otolitos, en la costa de Sinaloa no se observan diferencias significativas ( $\chi^2 = 2.13$ ; *g.l.* = 6; *P* = 0.9). Por ello fue posible usar los datos de longitud obtenidos por el análisis multimodal asignando edades anuales y así presentar una curva de edad-crecimiento más confiable y robusta.

**Tabla 4**  
Talla y edades relativas estimadas para las curvas de crecimiento para *Occidentarius platypogon*, desembarcados en la Bahía de Chipehua, Oaxaca

<i>t</i> (años)	<i>LT</i> (cm)
0	7.20
1	14.20
2	22.50
3	31.40
4	37.60
5	43.90
6	48.50

Basados en el criterio de la inferencia por multimodelos se encontró que las curvas de von Bertalanffy y von Bertalanffy II no se ajustan a los datos de esta especie, muy probablemente debido al comportamiento encontrado por Lester *et al.* (2004), quienes sugieren que las curvas de este tipo son adecuadas sólo para describir el crecimiento somático de los adultos, no así el de los premaduros, ya que la energía usada inicialmente para el crecimiento, posteriormente se divide entre el crecimiento somático y la madurez gonadal. Sin embargo, en el trabajo de Muro-Torres (2011) los datos que estima que se ajustan a la curva de von Bertalanffy, siendo ésta la úni-



**Fig. 4.** Curva de crecimiento para *Occidentarius platypogon* desembarcados en Bahía de Chipehua, Oaxaca. *t* es la edad en años; *Lt* es la longitud total.

ca función obtenida. En el presente estudio, los mejores ajustes fueron las curvas de tipo *S* (Logística, Gompertz y “Schnute-gompertziana”), curvas que explican tres etapas de crecimiento: la primera es de un crecimiento lento de posible adecuación, seguido por una segunda etapa de crecimiento rápido donde los individuos ganan la mayor parte de su biomasa y, por último, la etapa de crecimiento lento que tiende a la asíntota (Deakin 1970). Si bien la función de Richards pertenece a esta familia de curva tipo *S*, ésta fue excluida por el criterio de  $\Delta CIA_C > 2$ , y ello se debió a que el  $CIA_C$  se magnifica por ser la función con mayor número de parámetros.

**Tabla 5**  
Resumen de los modelos usados como descriptores del crecimiento individual para *Occidentarius platypogon*, desembarcados en la Bahía de Chipehua, Oaxaca.  $\ln MV$  es el máximo valor del logaritmo de la verosimilitud,  $s_{L_\infty}$  es la desviación estándar de  $L_\infty$ ;  $CIA_C$ , es el criterio de información de Akaike corregido;  $\Delta CIA_C$ , es la discrepancia del criterio de Akaike corregido;  $w_i$  es la ponderación de Akaike;  $\bar{L}_\infty \pm IC_{95\%}$  es la longitud máxima teórica de cada modelo con su intervalo de confianza a 95%; *N.A.* no aplicable por exclusión de  $\Delta CIA_C > 2$ ;  $\bar{L}_\infty$  es la longitud máxima teórica promedio de los modelos de mayor ajuste con su intervalo de confianza a 95%

Modelo promedio	Función	$\ln MV$	$s_{L_\infty}$	$CIA_C$	$\Delta CIA_C$	$w_i$	$\bar{L}_\infty \pm IC_{95\%}$
von Bertalanffy	$L(t) = 60(1 - e^{-0.234(t+0.319)})$	-20.4	1.87	48.86	27.9	N.A.	N.A.
von Bertalanffy (II)	$L(t) = 60 - (60 - 7.2)(e^{-0.216t})$	-24.9	1.95	57.88	37.0	N.A.	N.A.
Gompertz	$L(t) = 59.9e^{-e^{-0.386(t-1.95)}}$	-6.43	1.34	20.87	0.00	0.42	
Logística	$L(t) = 52.5(1 + e^{-0.68(t-2.49)})^{-1}$	-7.42	1.3	22.85	1.98	0.16	
Richards	$L(t) = 60.37 \left( 1 + \left( \frac{1}{-31.73} \right) e^{-0.376(t+1.92)} \right)^{31.73}$	-6.44	1.42	32.87	120	N.A.	N.A.
Schnute	$L(t) = 9.09e^{\left( \ln \left( \frac{52}{9.1} \right) \left( \frac{1 - e^{-0.386(t-0.3)}}{1 - e^{-0.386(7-0.3)}} \right) \right)}$ $\bar{L}_\infty = 58.8 \pm 10.9 \text{ cm}$	-6.43	1.46	20.87	0.00	0.42	

Las tres funciones que fueron seleccionadas finalmente por la inferencia multimodelos pueden separarse de manera funcional en dos tipos: la simétrica (Logística) y las asimétricas (las tipo gompertzianas), ya que dada la versatilidad de la función de Schnute, la obtenida para este estudio es una función de Gompertz, siendo necesario destacar que la  $w_i$  fue igual (42%) para ambos casos. Partiendo del principio básico de los multimodelos se debe ajustar el modelo a los datos, y encontrar el modelo más robusto y parsimonioso (Katsanevakis 2006).

Ya Silliman (1965) mencionaba que en el caso de las pesquerías, el crecimiento fue considerado por Beverton y Holt sólo como un proceso aditivo, lo que motivó a que las ecuaciones de tipo  $S$ , como la de Gompertz, no fuesen ampliamente usadas y, por tanto, fuera considerada más adecuada, por su parsimonia la función de crecimiento de von Bertalanffy. En este caso, las curvas de tipo  $S$  pueden representar más el crecimiento del cuatete, por lo que siguiendo la propuesta de Kaufmann (1981), quien afirma que en la selección de las curvas de crecimiento se debe considerar la parte de la biología de los organismos, ya que en ella se reflejan los gastos energéticos que promueven las diferencias entre los modelos de crecimiento propuestos a la fecha. Se considera que al ser el cuatete *O. platypogon* un organismo incubador bucal, presentará un marcado punto de inflexión a la primera madurez sexual, al igual que sucede con los peces diádromos en los que al cambiar de hábitat disminuye la velocidad de la tasa de crecimiento (Moreau 1987). Así, al tener el cuatete longevidades relativamente altas (presente estudio, 9.6 años), reproducción temprana a los 37.6 cm y una edad aproximada de 5 años (Muro-Torres 2011, Amezcua y Muro-Torres 2012), tiene un gasto energético que implica que haya un punto de inflexión en el crecimiento que provoca que la curva presente una asimetría alejada de la asíntota, ya que al organismo le falta por crecer poco menos que la mitad de su máxima longitud esperada. Esta descripción se ajusta a la curva tipo Gompertz, seleccionada por medio del enfoque de la Inferencia de Multimodelo, lo que demuestra así su utilidad en la selección de un modelo de crecimiento robusto, confiable y muy cercano a la realidad biológica de la especie. En este caso, y con

la metodología usada, se presenta una función de crecimiento que puede ser utilizada a futuro con sus respectivas precauciones del caso en modelaje ecológico o de la explotación de recursos acuícolas y pesqueros, dada la robustez y la confianza que la inferencia por multimodelos proporciona como herramienta de selección estadística.

### Agradecimientos

El presente trabajo fue financiado por el Proyecto SEP-PROMEPE clave 2IR1008. Se agradece a los pescadores del campamento de Bahía de Chipehua su paciencia y su apoyo en la recolección de los datos. A los alumnos de los laboratorios de Ictiología y Biología Pesquera y de Dinámica de Poblaciones Pesqueras de la UMAR-Campus Puerto Ángel. Se agradece sinceramente a los revisores anónimos que permitieron que este trabajo se potenciara.

### Literatura citada

- AMEZCUA F y V Muro-Torres. 2012. Biología reproductiva del bagre cominate *Occidentarius platypogon* (Pisces: Ariidae) en el sureste del Golfo de California. *Latin American Journal of Aquatic Research* 40(2): 428-434.
- ANDRADE HA y RO Campos. 2002. Allometry coefficient variations of the length-weight relationship of skipjack tuna (*Katsuwonus pelamis*) caught in the southwest South Atlantic. *Fisheries Research* 55: 307-312.
- BURNHAM KP y DR Anderson. 2002. *Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach*. Springer. New York. 488p.
- CAILLIET GM, WD Smith, HF Mollet y KJ Goldman. 2006. Age and growth studies of chondrichthyan fishes: the need for consistency in terminology, verification, validation, and growth function fitting. *Environmental Biology of Fishes* 77: 211-228.
- DEAKIN MAB. 1970. Gompertz curves, allometry and embryogenesis. *Bulletin of Mathematical Biophysics* 32(3): 445-452.
- EFRON B y RJ Tibshirani. 1993. *An introduction to the bootstrap*. Chapman & Hall. New York. 257p.
- FROESE R. 2006: Cube law, condition factor and weight-length relationships: history, meta-analysis and recommendations. *Journal of Applied Ichthyology* 22: 241-253.

- GOMPertz B. 1825. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 115: 513-583.
- GULLAND JA y SJ Holt. 1959. Estimation of growth parameters for data at unequal time intervals. *J. Cons. CIEM* 25(1): 47-49.
- GULLAND JA y AA Rosenberg. 1992. *A review of length-based approaches to assessing fish stocks*. FAO. Rome. 100p.
- HADDON M. 2001. *Modelling and quantitative methods in fisheries*. Chapman and Hall. Boca Raton. 406p.
- KATSANEVAKIS S. 2006. Modelling fish growth: Model selection, multi-model inference and model selection uncertainty. *Fisheries Research* 81(2-3): 229-235.
- KATSANEVAKIS S y CD Maravelias. 2008. Modelling fish growth: Multi-model inference as a better alternative to a priori using von Bertalanffy equation. *Fish and Fisheries* 9(2): 178-187.
- KARACHLE PK y KI Sterguous. 2012. Morphometrics and allometry in fishes. *En: C Wahl (ed.). Morphometrics*. InTèch. 108p.
- KAUFFMAN KW. 1981. Fitting and using growth curves. *Oecologia* 49(3): 293-299.
- KING JR y GA McFarlane. 2003. Marine fish life history strategies: applications to fishery management. *Fisheries Management and Ecology* 10: 249-264.
- LESTER NP, BJ Shuter y PA Abrams. 2004. Interpreting the von Bertalanffy model of somatic growth in fishes: the cost of reproduction. *Proceedings Biological Sciences / The Royal Society* 271(1548): 1625-1631.
- MOREAU J. 1987. Mathematical and biological expression of growth in fishes: recent trends further developments. *En: RC Summerdelt y GE Hall (eds.). The age and growth of fish*. The IowaState University Pres Ames. IA.
- MURO-TORRES VM. 2011. Crecimiento y reproducción de los bagres marinos *Arius platypogon* (Günther 1864) y *Bagre panamensis* (Gill 1863) (Pisces: Ariidae) en el sur de Sinaloa, México. Tesis de Maestría. Instituto de Ciencias del Mar y Limnología. Unidad Mazatlán. UNAM. 65p.
- MUSICK JA. 1999. Criteria to define extinction risk in marine fishes: The American Fisheries Society Initiative. *Fisheries* 24(12): 6-14.
- PAULY D. 1981. Tropical stock assessment packages for programmable calculators and microcomputers. *ICLARM Newsletter* 4(3): 10-13.
- PAULY D. 1984. Fish population dynamics in tropical waters; a manual for use with programmable calculators. *ICLARM Studies and Reviews* 8: 325.
- PÉREZ-ZABALLOS J, JA Díaz y A García M. 2009. Modelos adaptativos en zoología (Manual de prácticas) 2. Tamaño, forma y alometría. *Reduca (Biología). Serie Zoología*. 2(2): 20-30.
- RICHARDS FJ. 1959. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany* 10(2): 290-301.
- RICKER WE. 1975. Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. *Bulletin of the Fisheries Research Board of Canada* 191: 1-382.
- SCHNUTE J. 1981. A versatile growth model with statistically stable parameters. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Science* 38: 1128-1140.
- SCHNUTE J. 1989. The influence of statistical error on stock assessment: examples from Schaefer's model. *En: RJ Beamish y GA MacFarlane (eds.). Effects of ocean variability on recruitment and an evaluation of parameters used in stock assessment models*. Canadian Special Publications Fish. Aquat. Sci. 108: 101-109.
- SILLIMAN RP. 1965. Analog computer models of fish populations. *Fishery Bulletin* 6(1): 31-46.
- TAYLOR CC. 1958. Cod growth and temperature. *J. Conseil* 23(3): 366-370.
- VON BERTALANFFY L. 1938. A quantitative theory of organic growth (inquiries on growth laws. II). *Human Biology* 10(2): 181-213.

*Recibido: 9 de mayo de 2013.*

*Aceptado: 11 de diciembre de 2013.*